

微分・積分回路

1. 実験の目的

抵抗とキャパシタによる微分・積分回路の入出力特性、周波数特性を測定し、その動作を理解すること。

2. 原理

2. 1 抵抗とキャパシタによる微分回路

抵抗とキャパシタを使った微分回路を図 1 に示す。

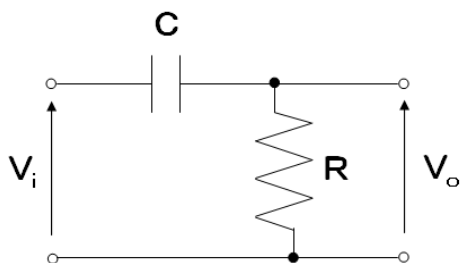


図 1 : 微分回路

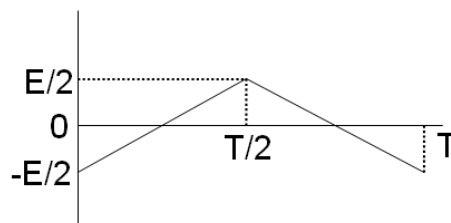


図 2 : 対称三角波

微分回路とは、入力信号の時間微分波形を出力する回路である。この回路が微分回路として働くことを、計算によって確かめる。

図 1 の回路に角周波数 ω の正弦波を入力した場合の出力は、

$$V_o = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} V_i = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} V_i \quad (1)$$

であるから、

$$1 \gg \omega CR \quad (2)$$

の場合には、 $1 + j\omega CR \cong 1$ と近似できて、そのときの出力は、

$$V_o \cong j\omega CR V_i \quad (3)$$

となる。ここで、入力 V_i の微分は、 $V_o = j\omega V_i$ と表されるから、式 (3) と比較すると (定数 CR を除いて) 出力に入力の微分波形が得られることになる。式 (2) は、微分回路として働く条件を表しており、特に $\tau \equiv CR$ は時定数と呼ばれ、図 1 の回路の動作を特徴づける定数である。(単位は、 $C [\text{F}] \cdot R [\Omega] = \tau [\text{s}]$)

次に、図2の対称三角波を入力した場合のことを考える。非正弦波に対する出発点は、次の回路方程式である。

$$\frac{dV_o}{dt} + \frac{1}{\tau} V_o = \frac{dV_i}{dt} \quad (4)$$

この式で、入力（半周期分）を、

$$V_i = \frac{2E}{T} t - \frac{E}{2} \quad (5)$$

とすると、出力（半周期分）は、

$$V_o = \frac{2E}{T} \tau - \frac{2E}{T} \tau e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (6)$$

となる（簡単のため、初期値は無視した）。式（6）の右辺第2項は時間の経過に従い、0に近づくので、最終的に右辺第1項が残る。これは、時定数 τ を除いて、確かに入力の三角波の微分になっている。三角波入力の場合の、式（2）に相当する条件は、

$$\frac{t}{\tau} \gg 1 \quad (7)$$

である。この条件式は、図3に示すように、出力が微分値とみなせる範囲を表すことに注意する。

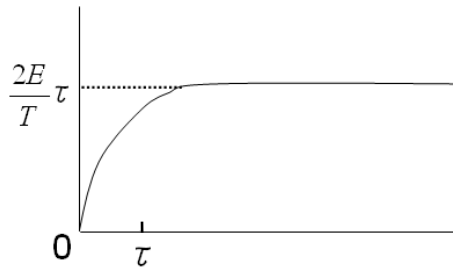


図3：微分回路の条件

2. 2抵抗とキャパシタによる積分回路

抵抗とキャパシタによる積分回路を図4に示す。正弦波入力に対して図4が積分回路として動作する条件は、微分回路と同様にして、

$$1 \ll \omega \tau \quad (8)$$

で、そのときの出力は、

$$V_o \cong \frac{1}{j\omega \tau} V_i \quad (9)$$

となる。従って、定数 $1/\tau$ を除き、入力の積分波形が得られることになる。

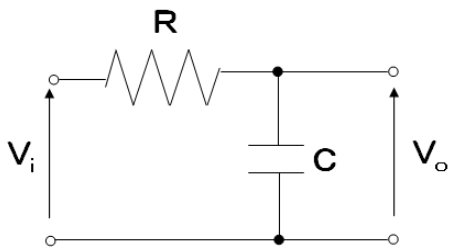


図4：積分回路

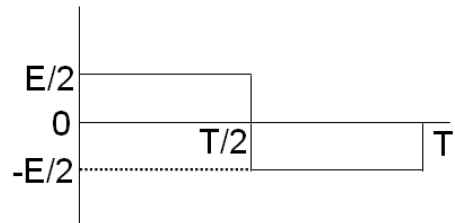


図5：対称方形波

非正弦波に対しては、次の回路方程式から、出力波形を導くことができる。

$$\frac{dV_o}{dt} + \frac{1}{\tau} V_o = \frac{1}{\tau} V_i \quad (10)$$

ここでは、図5の対称方形波を入力として考える。その場合、出力は図6のようになり、積分回路として動作する条件は、

$$\frac{t}{\tau} \ll 1 \quad (11)$$

となる。

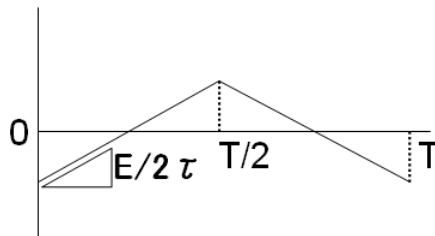


図6：積分回路の出力波形（例）

3. 実験手順

- (1) 図1の微分回路で、 $R = 10\text{ [k}\Omega\text{]}$ 、入力電圧 6 [Vp-p] 、入力の三角波の周波数を 1 [kHz] とし、微分波形が得られるように C の値を適当に選べ。また、そのときの波形を観察・記録せよ。
- (2) 図4の積分回路で、 $R = 100\text{ [k}\Omega\text{]}$ 、入力電圧 6 [Vp-p] 、入力の方波の周波数を 1 [kHz] とし、積分波形が得られるように C の値を適当に選べ。また、そのときの波形を観察・記録せよ。
- (3) 微分回路と積分回路において、入力を正弦波、電圧を 6 [Vp-p] とし、周波数を $10, 20, 30, 50, 100, 200, 300, 500, 1000, \dots$ という割合で $10\text{ [Hz]} \sim 1\text{ [MHz]}$ まで変化させたときの出力電圧を測定・記録し、周波数特性（周波数－出力電圧）を片対数グラフに図示せよ。また、入・出力の位相についてもそのズレを測定すること。

4. 実験結果の報告（レポート）について

- (1) 微分・積分回路について、それぞれの入力波形と出力波形を同じグラフに描き報告せよ。
- (2) 微分回路と積分回路における周波数特性の理論線と実験値（プロット）を同じグラフに描き比較せよ。

5. 課題

- (1) ハイパス型 CR 回路のパルスレスポンスについて調べてきなさい。
- (2) 微分・積分回路の周波数特性のグラフと入・出力の位相から、フィルタ回路との関係について考察せよ。
- (3) オシロスコープのプロープの校正には、方波が用いられる。方波を Fourier 級数展開し、周波数成分の点から校正に用いられる理由を考察せよ。